

## **Matematyka**

Matematyka jest nauką, która stanowi istotne wsparcie dla innych dziedzin, zwłaszcza dla nauk przyrodniczych i informatycznych. Nauczanie matematyki w szkole opiera się na trzech fundamentach: nauce rozumowania matematycznego, kształceniu sprawności rachunkowej i przekazywaniu wiedzy o własnościach obiektów matematycznych.

Rozumowanie matematyczne to umiejętność poszukiwania rozwiązania danego zagadnienia. Dobrze kształcona rozwija zdolność myślenia konstruktywnego, premiuje postępowanie nieschematyczne i twórcze. Ponadto rozumowanie matematyczne narzuca pewien rygor ścisłości: dowód matematyczny musi być poprawny. Dobre opanowanie umiejętności rozumowania matematycznego ułatwia w życiu codziennym odróżnianie prawdy od fałszu.

Sprawność rachunkowa jest ważnym elementem nauczania matematyki nawet w sytuacji, gdy wiele rachunków wykonuje się za pomocą sprzętu elektronicznego. Ważnym celem ćwiczenia sprawności rachunkowej jest kształtowanie wyobrażenia o wielkościach liczb, a w konsekwencji doskonalenie umiejętności precyzyjnego szacowania wyników. Takie wyobrażenie ułatwia codzienne życie, na przykład planowanie budżetu domowego.

Wiedza o właściwościach obiektów matematycznych pozwala na swobodne operowanie nimi i stosowanie obiektów matematycznych do opisu bądź modelowania zjawisk obserwowanych w rzeczywistości. Właściwości matematyczne modeli przekładają się często na konkretne własności obiektów rzeczywistych.

## **MATEMATYKA**

### **Cele kształcenia – wymagania ogólne**

#### **I. Sprawność rachunkowa.**

Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, wykonywanie działań na wyrażeniach algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy badaniu sytuacji rzeczywistych.

#### **II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.**

1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście matematycznym oraz w formie wykresów, diagramów, tabel.
2. Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków, a także do przedstawiania danych.

#### **III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.**

1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.

2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych.

#### IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie rozumowań, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.
3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, gwarantujących poprawność rozwiązania.
4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań.

### Treści nauczania – wymagania szczegółowe

#### I. Liczby rzeczywiste. Uczeń:

- 1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie) w zbiorze liczb rzeczywistych;
- 2) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- 3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;
- 4) stosuje prawa działań na potęgach i pierwiastkach;
- 5) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów.

#### II. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:

- 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na:  $(a+b)^2$ ,  $(a-b)^2$ ,  $a^2 - b^2$ ;
- 2) dodaje, odejmuje i mnoży wyrażenia algebraiczne;
- 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej.

#### III. Równania i nierówności. Uczeń:

- 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny, w tym na przykład przekształca równoważnie równanie  $\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}$ ;
- 2) interpretuje równania i nierówności sprzeczne i tożsamościowe;
- 3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.

#### IV. Układy równań. Uczeń:

- 1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;
- 2) stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych.

#### V. Funkcje. Uczeń:

- 1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu i wzoru (również różnymi wzorami na różnych przedziałach);
- 2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;
- 3) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;
- 4) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- 5) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;
- 6) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;
- 7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeżeli istnieje);
- 8) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- 9) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- 10) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;
- 11) posługuje się funkcją  $f(x) = \frac{a}{x}$ , w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych;
- 12) na podstawie wykresu funkcji  $y = f(x)$  szkicuje wykresy funkcji  $y = f(x - a)$ ,  $y = f(x) + b$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = f(-x)$ .

#### VI. Trygonometria. Uczeń:

- 1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od  $0^\circ$  do  $90^\circ$ , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;
- ~~2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;~~
- ~~3) znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeżeli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;~~
- 4) korzysta ze wzorów  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ;
- 5) oblicza kąty trójkąta prostokątnego i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty prostokątne).

#### VII. Planimetria. Uczeń:

- 1) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa);
- 2) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;
- 3) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;
- 4) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;
- 5) oblicza pole wycinka koła i długość łuku okręgu;
- 6) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;
- 7) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;
- 8) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;
- 9) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.

#### VIII. Geometria analityczna. Uczeń:

- 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeżeli taki istnieje;
- 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie w postaci kierunkowej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej);
- 3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych.

#### IX. Stereometria. Uczeń:

- 1) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną;
- 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.

#### X. Kombinatoryka. Uczeń:

- 1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- 2) zlicza obiekty stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności.

#### XI. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Uczeń:

- 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym w prostych sytuacjach;
- 2) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną oraz znajduje medianę i dominantę;
- 3) ~~stosuje skalę centylową.~~

### Warunki i sposób realizacji

*Oznaczenia.* Uczeń powinien używać powszechnie przyjętego oznaczenia zbiorów liczbowych, a w szczególności: dla liczb naturalnych symbolu  $N$ , dla liczb całkowitych symbolu  $Z$ , dla liczb wymiernych –  $Q$ , dla liczb rzeczywistych –  $R$ .

*Przedziały.* Uczeń powinien wykorzystywać przedziały do opisu zbioru rozwiązań nierówności. Najważniejsza w odpowiedzi jest jej poprawność. Na przykład rozwiązanie nierówności  $x^2 - 9x + 20 > 0$  może być zapisane na każdy z poniższych sposobów:

- rozwiązaniem nierówności może być każda liczba  $x$ , która jest mniejsza od 4 lub większa od 5;
- rozwiązaniami są wszystkie liczby  $x$  mniejsze od 4 i wszystkie liczby  $x$  większe od 5;

- –  $x < 4$  lub  $x > 5$ ;
- –  $x \in (-\infty, 4)$  lub  $x \in (5, \infty)$ ;
- –  $x \in (-\infty, 4) \cup (5, \infty)$ .

*Postać kanoniczna.* Przy omawianiu funkcji kwadratowej należy podkreślać znaczenie postaci kanonicznej i wynikających z tej postaci własności. Wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego oraz na współrzędne wierzchołka paraboli, a także pojęcie i własności wyróżnika są jedynie wnioskami z postaci kanonicznej. Wiele zagadnień związanych z funkcją kwadratową daje się rozwiązać bezpośrednio z tej postaci. W szczególności postać kanoniczna pozwala znajdować najmniejszą lub największą wartość funkcji kwadratowej, a także oś symetrii jej wykresu.

*Funkcje trygonometryczne,* oprócz szerokich zastosowań w fizyce, służą do opisu związków miarowych w figurach płaskich oraz bryłach (np. twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów). W wielu sytuacjach dla danego argumentu nie są potrzebne dokładne wartości tych funkcji, tylko ich przybliżenia. Uczniowie powinni umieć korzystać z tablic matematycznych jak i kalkulatora w dwóch celach: wyznaczenia przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta oraz określenia kąta, dla którego funkcja trygonometryczna osiąga określoną wartość.

*Planimetria.* Rozwiązywanie klasycznych problemów geometrycznych jest skutecznym sposobem kształtowania świadomości matematycznej. Uczeń, który poznaje sposoby konstruowania figur, nabywa przez to wprawę w rozwiązywaniu zadań geometrycznych różnego typu. Konstrukcje można przeprowadzać w sposób klasyczny, za pomocą linijki i cyrkla, można też używać specjalistycznych programów komputerowych takich, jak np. GeoGebra.